

УДК 539.3
DOI: 10.7868/S25000640260301

ОСОБЕННОСТИ ЛОКАЛИЗАЦИИ ВОЛНОВОГО ПОЛЯ В МАГНИТОЭЛЕКТРОУПРУГОЙ СТРУКТУРЕ С ДВУХСЛОЙНЫМ ПОКРЫТИЕМ

© 2026 г. Т.И. Белянкова¹, Е.И. Ворович², чл.-корр. РАН В.В. Калинин¹

Аннотация. Предложен удобный для программной реализации матричный подход к построению в квазистатическом приближении решения краевых задач о гармонических колебаниях составных магнитоэлектродупругих (МЭУ) структур. В качестве последних рассмотрены структуры, состоящие из упругого полупространства с покрытием из пьезомагнитного (ПМ) и пьезоэлектрического (ПЭ) слоев при различном их расположении. Предполагается, что на внутренних границах структуры выполнены условия жесткого сцепления, на внешней поверхности задана осциллирующая механическая нагрузка. В зависимости от характера задаваемых на поверхности электрических и магнитных условий рассмотрено 4 типа краевых задач, решение которых строится в пространстве образов Фурье. Приведены интегральные представления решения рассматриваемых задач, описывающие движение произвольной точки МЭУ-структуры, получены представления функций Грина составляющих структур. На примере задачи с закрытыми электрическими и открытыми магнитными поверхностными условиями для структур $\text{CoFe}_2\text{O}_4/\text{PZT-5H}/\text{SiO}_2$ и $\text{PZT-5H}/\text{CoFe}_2\text{O}_4/\text{SiO}_2$ детально изучено поведение ветвей нулей и полюсов функции Грина в широком диапазоне частот. На основе численной реализации предложенного метода построения решения для составной МЭУ-структуры исследованы особенности распределения перемещений, электрического и магнитного потенциалов по глубине при различных частотах колебаний. Установлены закономерности влияния расположения ПМ- и ПЭ-слоев покрытия на распределение перемещений в структуре, определены области локализации осцилляций электрического и магнитного потенциалов. Результаты исследований приведены в безразмерных параметрах и могут представлять как теоретический, так и практический интерес при разработке и создании новых высокоэффективных акустоэлектронных устройств.

Ключевые слова: матричный подход, квазистатическое приближение, функция Грина, интегральное представление, дисперсионное уравнение, магнитоэлектродупругая структура, пьезоэлектрический материал, пьезомагнитный материал, сдвиговые колебания, волновое поле.

FEATURES OF LOCALIZATION OF THE WAVE FIELD IN A MAGNETOELECTROELASTIC STRUCTURE WITH A TWO-LAYER COATING

T.I. Belyankova¹, E.I. Vorovich², Corresponding Member RAS V.V. Kalinchuk¹

Abstract. The paper proposes a matrix approach, convenient for software implementation, to constructing, in a quasi-static approximation, a solution to boundary value problems on harmonic oscillations of composite magnetoelectroelastic (MEE) structures. The structures considered are those consisting of an elastic half-space coated with piezomagnetic (PM) and piezoelectric (PE) layers in various arrangements. It is assumed that rigid coupling conditions are satisfied at the internal boundaries of the structure, and an oscillating mechanical load is specified on the outer surface. Depending on the nature of the electrical and magnetic conditions specified on the surface, four types of boundary-value problems are considered, the solution of which is constructed in

¹ Федеральный исследовательский центр Южный научный центр Российской академии наук (Federal Research Centre the Southern Scientific Centre of the Russian Academy of Sciences, Rostov-on-Don, Russian Federation), Российская Федерация, 344006, г. Ростов-на-Дону, пр. Чехова, 41, e-mail: tbelen415@mail.ru

² Донской государственный технический университет (Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation), Российская Федерация, 344010, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1

the space of Fourier transforms. Integral representations of the solution to the problems under consideration are presented, describing the motion of an arbitrary point of the MEE structure, and representations of the Green's functions of the constituent structures are obtained. Using the example of a problem with closed electrical and open magnetic surface conditions for the $\text{CoFe}_2\text{O}_4/\text{PZT-5H}/\text{SiO}_2$ and $\text{PZT-5H}/\text{CoFe}_2\text{O}_4/\text{SiO}_2$ structures, the behavior of the zero branches and poles of the Green's function in a wide frequency range is studied in detail. Based on the numerical implementation of the proposed method for constructing a solution for a composite MEE structure, the features of the distribution of displacements, electric and magnetic potentials over depth at different oscillation frequencies are investigated. The influence of the arrangement of the PM and PE coating layers on the distribution of displacements in the structure is established, and the localization regions of electric and magnetic potential oscillations are determined. The research results are presented in dimensionless parameters and may be of both theoretical and practical interest in the development and creation of new highly efficient acousto-electronic devices.

Keywords: matrix approach, quasi-static approximation, Green's function, integral representation, dispersion equation, magnetoelectroelastic structure, piezoelectric material, piezomagnetic material, shear vibrations, wave field.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gulyaev Y.V. 1969. Electroacoustic surface waves in solids. *Soviet Physics Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters*. 9: 37–38.
2. Matthews H. 1977. *Surface wave filters: design, construction and use*. New York, Wiley: 521 p.
3. Maugin G. 1988. *Continuum mechanics of electromagnetic solids*. Amsterdam, North Holland: 598 p.
4. Al'shits V.I., Darinskii A.N., Lothe J. 1992. On the existence of surface waves in half-infinite anisotropic elastic media with piezoelectric and piezomagnetic properties. *Wave Motion*. 16(3): 265–283. doi: 10.1016/0165-2125(92)90033-X
5. Vinyas M. 2021. Computational analysis of smart magneto-electro-elastic materials and structures: review and classification. *Archives of Computational Methods in Engineering*. 28(3): 1205–1248. doi: 10.1007/s11831-020-09406-4
6. Wang H., Wu B., Gao X., Liu Y., Li X., Liu X. 2023. Ultrasonic guided wave defect detection method for tank bottom plate based on SH0 mode multichannel magnetostrictive sensor. *Measurement*. 223: 113790. doi: 10.1016/j.measurement.2023.113790
7. Pan E., Chen W. 2015. *Static Green's functions in anisotropic media*. Cambridge, Cambridge University Press: 356 p. doi: 10.1017/CBO9781139541015
8. Chen W.Q., Lee K.Y., Ding H.J. 2004. General solution for transversely isotropic magneto-electro-thermo-elasticity and the potential theory method. *International Journal of Engineering Science*. 42(13–14): 1361–1379. doi: 10.1016/j.ijengsci.2004.04.002

REFERENCES

9. Wang C.-Y., Achenbach J.D. 1994. Elastodynamic fundamental solutions for anisotropic solids. *Geophysical Journal International*. 118(2): 384–392.
10. Wang C.-Y., Achenbach J.D. 1995. 3-D time-harmonic elastodynamic Green's functions for anisotropic solids. *Proceedings of the Royal Society of London. A*. 449(1937): 441–458.
11. Wang C.Y., Zhang C.H. 2005. 3-D and 2-D Dynamic Green's functions and time-domain BIEs for piezoelectric solids. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 29(5): 454–465. doi: 10.1016/j.enganabound.2005.01.006
12. Rojas-Díaz R., Sáez A., García-Sánchez F., Zhang Ch. 2008. Time-harmonic Green's functions for anisotropic magneto-electroelasticity. *International Journal of Solids and Structures*. 45(1): 144–158. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2007.07.024
13. Pasternak V., Sulym H., Pasternak I.M. 2024. Frequency domain Green's function and boundary integral equations for multifield materials and quasicrystals. *International Journal of Solids and Structures*. 286–287: 112562. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2023.112562
14. Ворович И.И., Бабешко В.А. 1979. *Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей*. М., Наука: 320 с.
15. Бабешко В.А. 1984. *Обобщенный метод факторизации в пространственных динамических смешанных задачах теории упругости*. М., Наука: 256 с.
16. Belyankova T.I., Kalinchuk V.V. 2014. On the problem of analyzing the dynamic properties of a layered half-space. *Acoustical Physics*. 60(5): 530–542. doi: 10.1134/S1063771014050017
17. Belyankova T.I., Kalinchuk V.V. 2017. Wave field localization in a prestressed functionally graded layer. *Acoustical Physics*. 63(3): 245–259. doi: 10.1134/S1063771017030046
18. Belyankova T.I., Kalinchuk V.V. 2017. On the modeling of a prestressed thermoelectroelastic half-space with a coating. *Mechanics of Solids*. 52(1): 95–110. doi: 10.3103/S0025654417010113
19. Wei W.Y., Liu J.X., Fang D.N. 2009. Existence of shear horizontal surface waves in a magneto-electro-elastic material. *Chinese Physics Letters*. 26(10): 104301.
20. Matar B.O., Gasmi N., Zhou H., Goueygou M., Talbi A. 2013. Legendre and Laguerre polynomial approach for modeling of wave propagation in layered magneto-electro-elastic media. *The Journal of the Acoustical Society of America*. 133(3): 1415–1424. doi: 10.1121/1.4776198
21. Ramirez F., Heyliger P.R., Pan E. 2006. Free vibration response of two-dimensional magneto-electro-elastic laminated plates. *Journal of Sound and Vibration*. 292(3–5): 626–644. doi: 10.1016/j.jsv.2005.08.004
22. Белянкова Т.И., Ворович Е.И., Турчин А.С. 2024. SH-волны на поверхности биморфной магнито-электроупругой пластины. *Наука Юга России*. 20(2): 3–15. doi: 10.7868/S25000640240201
23. Белянкова Т.И., Ворович Е.И. 2025. Влияние геометрических параметров на распространение SH-волн в пьезо-электрической/пьезомагнитной пластине. *Вычислительная механика сплошных сред*. 17(4): 470–485. doi: 10.7242/1999-6691/2024.17.4.38
1. Gulyaev Y.V. 1969. Electroacoustic surface waves in solids. *Soviet Physics Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters*. 9: 37–38.
2. Matthews H. 1977. *Surface wave filters: design, construction and use*. New York, Wiley: 521 p.
3. Maugin G. 1988. *Continuum mechanics of electromagnetic solids*. Amsterdam, North Holland: 598 p.
4. Al'shits V.I., Darinskii A.N., Lothe J. 1992. On the existence of surface waves in half-infinite anisotropic elastic media with piezoelectric and piezomagnetic properties. *Wave Motion*. 16(3): 265–283. doi: 10.1016/0165-2125(92)90033-X
5. Vinyas M. 2021. Computational analysis of smart magneto-electro-elastic materials and structures: review and classification. *Archives of Computational Methods in Engineering*. 28(3): 1205–1248. doi: 10.1007/s11831-020-09406-4
6. Wang H., Wu B., Gao X., Liu Y., Li X., Liu X. 2023. Ultrasonic guided wave defect detection method for tank bottom plate based on SH0 mode multichannel magnetostrictive sensor. *Measurement*. 223: 113790. doi: 10.1016/j.measurement.2023.113790
7. Pan E., Chen W. 2015. *Static Green's functions in anisotropic media*. Cambridge, Cambridge University Press: 356 p. doi: 10.1017/CBO9781139541015
8. Chen W.Q., Lee K.Y., Ding H.J. 2004. General solution for transversely isotropic magneto-electro-thermo-elasticity and the potential theory method. *International Journal of Engineering Science*. 42(13–14): 1361–1379. doi: 10.1016/j.iengsci.2004.04.002
9. Wang C.-Y., Achenbach J.D. 1994. Elastodynamic fundamental solutions for anisotropic solids. *Geophysical Journal International*. 118(2): 384–392.
10. Wang C.-Y., Achenbach J.D. 1995. 3-D time-harmonic elastodynamic Green's functions for anisotropic solids. *Proceedings of the Royal Society of London. A*. 449(1937): 441–458.
11. Wang C.Y., Zhang C.H. 2005. 3-D and 2-D Dynamic Green's functions and time-domain BIEs for piezoelectric solids. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 29(5): 454–465. doi: 10.1016/j.enganabound.2005.01.006
12. Rojas-Díaz R., Sáez A., García-Sánchez F., Zhang Ch. 2008. Time-harmonic Green's functions for anisotropic magneto-electroelasticity. *International Journal of Solids and Structures*. 45(1): 144–158. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2007.07.024
13. Pasternak V., Sulym H., Pasternak I.M. 2024. Frequency domain Green's function and boundary integral equations for multifield materials and quasicrystals. *International Journal of Solids and Structures*. 286–287: 112562. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2023.112562
14. Vorovich I.I., Babeshko V.A. 1979. *Dinamicheskie smeshannye zadachi teorii uprugosti dlya neklassicheskikh oblastey*. [Dynamic mixed problems in the theory of elasticity for non-classical domains]. Moscow, Nauka: 320 p. (In Russian).
15. Babeshko V.A. 1984. *Obobshchennyy metod faktorizatsii v prostanstvennykh dinamicheskikh smeshannykh zadachakh teorii uprugosti*. [Generalized factorization method in spatial dynamic mixed problems of elasticity theory]. Moscow, Nauka: 256 p. (In Russian).

16. Belyankova T.I., Kalinchuk V.V. 2014. On the problem of analyzing the dynamic properties of a layered half-space. *Acoustical Physics*. 60(5): 530–542. doi: 10.1134/S1063771014050017
17. Belyankova T.I., Kalinchuk V.V. 2017. Wave field localization in a prestressed functionally graded layer. *Acoustical Physics*. 63(3): 245–259. doi: 10.1134/S1063771017030046
18. Belyankova T.I., Kalinchuk V.V. 2017. On the modeling of a prestressed thermoelectroelastic half-space with a coating. *Mechanics of Solids*. 52(1): 95–110. doi: 10.3103/S0025654417010113
19. Wei W.Y., Liu J.X., Fang D.N. 2009. Existence of shear horizontal surface waves in a magneto-electro-elastic material. *Chinese Physics Letters*. 26(10): 104301.
20. Matar B.O., Gasmi N., Zhou H., Goueygou M., Talbi A. 2013. Legendre and Laguerre polynomial approach for modeling of wave propagation in layered magneto-electro-elastic media. *The Journal of the Acoustical Society of America*. 133(3): 1415–1424. doi: 10.1121/1.4776198
21. Ramirez F., Heyliger P.R., Pan E. 2006. Free vibration response of two-dimensional magneto-electro-elastic laminated plates. *Journal of Sound and Vibration*. 292(3–5): 626–644. doi: 10.1016/j.jsv.2005.08.004
22. Belyankova T.I., Vorovich E.I., Turchin A.S. 2024. SH-waves on the surface of a bimorph magnetoelectroelastic plate. *Nauka Yuga Rossii*. 20(2): 3–15. (In Russian). doi: 10.7868/S25000640240201
23. Belyankova T.I., Vorovich E.I. 2025. The effect of geometric parameters on the propagation of SH waves in a piezoelectric/piezomagnetic plate. *Computational Continuum Mechanics*. 17(4): 470–485. (In Russian). doi: 10.7242/1999-6691/2024.17.4.38

Поступила 21.04.2026

Принята 29.06.2026