

УДК 519.6
DOI: 10.7868/S25000640260203

БЫСТРЫЙ МЕТОД ЯКОБИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ НА РЕКОНФИГУРИРУЕМЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

© 2026 г. И.И. Левин¹, М.Д. Чекина²

Аннотация. При численном моделировании процессов возникает необходимость решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) большой размерности. Оперативное решение СЛАУ больших размерностей требует значительных вычислительных мощностей, для чего используются многопроцессорные вычислительные системы. Особенности построения вычислительных систем традиционной архитектуры таковы, что рост производительности существенно замедляется и может даже снижаться после достижения критического числа процессоров вследствие того, что организация параллельных вычислений требует больше времени, чем собственно вычисления. Для ускорения решения СЛАУ применяются различные итерационные методы, однако для всех характерна следующая особенность: вычисление k -го приближения вектора неизвестных производится по значениям, полученным на предыдущей итерации. Альтернативным способом ускорения вычислений является использование более совершенных быстрых вычислительных алгоритмов, позволяющих добиться значительного ускорения вычислений путем рекурсивного разбиения входной последовательности на две равные части. Для итерационных методов в целом и для метода Якоби в частности метод деления пополам не применялся ранее, поскольку при программировании вычислительных систем традиционной архитектуры используется процедурная парадигма вычислений, которая подразумевает последовательное описание операций выполняемого алгоритма. При структурном подходе к организации вычислений появляется возможность реализации всего информационного графа задачи, что позволяет оптимизировать алгоритм.

Рассмотрена возможность применения деления пополам для модификации информационного графа метода Якоби. Для одномерного случая быстрого метода Якоби приведены оценки вычислительных и временных затрат. Описан способ расширения метода деления пополам для двумерных и трехмерных задач. Применение деления пополам в сочетании со структурным подходом к организации вычислений позволяет добиться значительного повышения производительности вычислительных систем при решении СЛАУ методом Якоби, а также получить ускорение от 3,5 раза по сравнению с классическим методом.

Ключевые слова: численные методы, автоподстановка, итерационные методы решения СЛАУ.

THE FAST JACOBI METHOD FOR SOLVING SYSTEMS OF LINEAR ALGEBRAIC EQUATIONS ON RECONFIGURABLE COMPUTING SYSTEMS

I.I. Levin¹, M.D. Chekina²

Abstract. At numerically modeling processes, it becomes necessary to solve systems of linear algebraic equations (SLAE) of large dimension. The operational solution of large-scale SLAE requires significant computing performance, for which multiprocessor computing systems are used. The features of the design of

¹ Институт компьютерных технологий и информационной безопасности Инженерно-технологической академии Южного федерального университета (Institute of Computer Technology and Information Security of the Academy of Engineering and Technology of Southern Federal University, Taganrog, Russian Federation), Российская Федерация, 347928, г. Таганрог, ул. Чехова, 2, e-mail: iilevin@sfedu.ru

² Научно-исследовательский центр супер-ЭВМ и нейрокомпьютеров (Supercomputers and Neurocomputers Research Center Taganrog, Russian Federation), Российская Федерация, 347900, г. Таганрог, пер. Итальянский, 106, e-mail: chekina@superevm.ru

computing systems with traditional architecture are such that performance growth slows down significantly and may even decrease after reaching a critical number of processors. This is due to the fact that the organization of parallel calculations requires more time than the actual calculations. Various iterative methods are used to accelerate the SLAE solution. However, the following feature is typical for all of them – the calculation of the k -th approximation of the vector of unknowns is based on the values obtained in the previous iteration. An alternative approach to accelerate calculations is to use more advanced fast computing algorithms that can significantly speed up calculations by recursively splitting the input sequence into two equal parts. For iterative methods in general and for the Jacobi method in particular, the bisection method has not been used before, since the programming of computing systems with traditional architecture uses a procedural computing paradigm, which implies a consistent description of the operations of the performed algorithm. At the structural approach to the organization of calculations, it becomes possible to implement the entire information graph of the task, which makes it possible to optimize the algorithm. The paper covers the possibility of using bisection to modify the information graph of the Jacobi method. For the one-dimensional case of the fast Jacobi method estimates of computational and time costs are given. The approach for extending the bisection method for two-dimensional and three-dimensional problems is also described. The use of bisection in combination with a structural approach to computing organization makes it possible to achieve a significant increase in the performance of computing systems when solving SLAE using the Jacobi method, as well as to obtain an acceleration of 3.5 times compared to the classical method.

Keywords: numerical methods, auto-substitution, iterative methods for solving SLAE.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Каляев И.А., Левин И.И. 2022. *Реконфигурируемые вычислительные системы на основе ПЛИС*. Ростов н/Д, изд-во ЮНЦ РАН: 506 с.
2. Воеводин В.В., Воеводин Вл.В. 2002. *Параллельные вычисления*. СПб., БХВ-Петербург: 608 с.
3. Вазов В.Р., Форсайт Д. 1963. *Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных*. М., Издательство иностранной литературы: 487 с.
4. Кнут Д.Э. 2001. *Искусство программирования. Т. 3. Сортировка и поиск*. М., Вильямс: 834 с.
5. Бэкус Дж. 1993. Можно ли освободить программирование от стиля фон Неймана? Функциональный стиль и соответствующая алгебра программ. В кн.: *Лекции лауреатов премии Тьюринга за первые двадцать лет. 1966–1985*. М., Мир: 84–158.
6. Hemann J., Friedman D.P. 2016. *Deriving Pure, Naturally-Recursive Operations for Processing Tail-Aligned Lists*. URL: <https://www.schemeworkshop.org/2016/scheme16-paper6.pdf>.
7. Левин И.И., Дордопуло А.И., Писаренко И.В., Михайлов Д.В. 2020. Представление графов с ассоциативными операциями на языке программирования Set@I. *Известия ЮФУ. Технические науки*. 3(213): 98–111. doi: 10.18522/2311-3103-2020-3-98-111
8. *ASIC basics tutorial*. 2025. URL: <http://www.radioelectronics.com/info/data/semicond/asic/asic.php> (дата обращения: 29.05.2025).
9. Maxfield C. 2004. *The design Warrior's guide to FPGAs*. Elsevier: 542 p.
10. Ершова О.В., Кириченко Е.В., Михайлов Д.В., Семерников Е.А. 2018. К вопросу построения адаптивных рекурсивных фильтров. В кн.: *Суперкомпьютерные технологии (СКТ-2018). Материалы 5-й Всероссийской научно-технической конференции (Дивноморское, Геленджик, 17–22 сентября 2018 г.). Том 1*. Ростов н/Д – Таганрог, изд-во ЮФУ: 154–157.
11. Kalyaev I.A., Levin I.I. 2022. *Rekonfiguriruemye vychislitel'nye sistemy na osnove PLIS*. [Reconfigurable computing systems based on FPGAs]. Rostov-on-Don, Southern Scientific Centre of the Russian Academy of Sciences: 506 p. (In Russian).
12. Voevodin V.V., Voevodin V.I. 2002. *Parallel'nye vychisleniya*. [Parallel computing]. St Petersburg, BHV-Peterburg: 608 p. (In Russian).
13. Wazow W.R., Forsythe G. 1963. *Raznostnye metody resheniya differentsialnykh uravneniy v chastnykh proizvodnykh*. [Finite-difference methods for partial differential equations]. Moscow, Publishing House of Foreign Literature: 487 p. (In Russian).
14. Knut D.E. 2001. *Iskusstvo programmirovaniya. T. 3. Sortirovka i poisk*. [The art of computer programming. Vol. 3. Sorting and searching]. Moscow, Wil'yams: 834 p. (In Russian).
15. Backus J. 1993. [Can programming be liberated from the von Neumann style? A functional style and its algebra of programs]. In: *Lektsii laureatov premii T'yuringa za pervye dvadtsat' let. 1966–1985*. [Lectures by Turing award laureates from the first twenty years. 1966–1985]. Moscow, Mir: 84–158. (In Russian).
16. Hemann J., Friedman D.P. 2016. *Deriving Pure, Naturally-Recursive Operations for Processing Tail-Aligned Lists*. Available at: <https://www.schemeworkshop.org/2016/scheme16-paper6.pdf>.
17. Levin I.I., Dordopulo A.I., Pisarenko I.V., Mihaylov D.V. 2020. [Description of graphs with associative operations in Set@I programming language]. *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki*. 3(213): 98–111. (In Russian). doi: 10.18522/2311-3103-2020-3-98-111
18. *ASIC basics tutorial*. 2025. Available at: <http://www.radioelectronics.com/info/data/semicond/asic/asic.php> (accessed 29 May 2025).
19. Maxfield C. 2004. *The design Warrior's guide to FPGAs*. Elsevier: 542 p.
20. Ershova O.V., Kirichenko E.V., Mikhaylov D.V., Semernikov E.A. 2018. [On the construction of adaptive recursive filters]. In: *Superkomp'yuternye tekhnologii (SKT-2018). Materialy 5-y Vserossiyskoy nauchno-tehnicheskoy konferentsii. Tom 1*. [Supercomputer technologies (SCT-2018). Materials of the 5th All-Russian Scientific and Technical Conference (Divnomorskoe, Gelendzhik, Russia, 17–22 September 2018)]. Rostov-on-Don, Taganrog, Southern Federal University: 154–157. (In Russian).

REFERENCES

Поступила 21.01.2026
 Принята 25.03.2026